



## MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA INVESTIGANDO A PASSAGEM DO TRANSPORTE PÚBLICO

Lidiane Ribeiro Rodrigues Gaioti<sup>1</sup>  
Deborah Oliveira da Fonseca<sup>2</sup>  
Amanda Corrêa Meireles<sup>3</sup>  
Maiara Alves Adame<sup>4</sup>  
Jéssica Mistura Zanon<sup>5</sup>

### Abstract

This article presents an account of graduates in mathematics, whose objective was to describe the first experience of future teachers of mathematics with modeling. During the activity, the authors put themselves in perspective of students to experience the use of the method in the teaching-learning of mathematics. The theme chosen for the modeling project was "Public Transport", because, analyzing the value of the ticket paid in the course comprised up to the educational institution, the students inquired about the price paid. Given this, the interest arose in checking if the tariff is adequate. The implementation of the modeling project has given us more confidence in the application of this methodology in our classes. For in the future, when we are practicing the teaching profession, we can remember the moment of our experience - as students - and use this teaching methodology in order to motivate the students and make them more autonomous and active.

**Keywords:** mathematical modeling project; public transportation; first experience.

### Resumo

Este artigo apresenta um relato de licenciandos em matemática, cujo objetivo foi descrever a primeira experiência de futuros professores de matemática com a modelagem. Durante a atividade, os autores se colocaram na perspectiva de alunos para vivenciar a utilização do método no ensino-aprendizagem de matemática. O tema escolhido para o projeto de modelagem foi "Transporte Público", pois, analisando o valor da passagem paga no percurso compreendido até a instituição de

<sup>1</sup> Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro-ES, lidianer\_rodrigues@hotmail.com

<sup>2</sup> Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro-ES, deboraholiveiraf@hotmail.com

<sup>3</sup> Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro-ES, meirelesamandac@gmail.com

<sup>4</sup> Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro-ES, maiara.adame@hotmail.com

<sup>5</sup> Instituto Federal do Espírito Santo, Cachoeiro-ES, jessica.zanon@ifes.edu.br

ensino, os discentes se indagaram sobre o preço pago. Diante disso, surgiu o interesse em verificar se a tarifa é adequada. A realização do projeto de modelagem nos promoveu mais segurança quanto à aplicação dessa metodologia em nossas aulas. Pois, futuramente, quando estivermos exercendo a profissão docente, poderemos lembrar o momento de nossa vivência - enquanto alunos – e utilizar essa metodologia de ensino, a fim de motivar os estudantes e levá-los a investigação, tornando-os mais autônomos e ativos.

**Palavras-chave:** projeto de modelagem matemática; transporte público; primeira experiência.

## INTRODUÇÃO

O presente artigo relata uma experiência vivida por alunos da Licenciatura em Matemática, de uma instituição de ensino localizada na cidade de Cachoeiro de Itapemirim-ES, na disciplina de Modelagem Matemática II. Nesta disciplina, a professora propôs que os alunos se organizassem em grupos de até quatro componentes, para desenvolverem um projeto de modelagem matemática com base nas etapas descritas por Burak e Klüber (2013), embasados nos estudos de Burak (1992, 2004), a saber: (I) escolha do tema; (II) pesquisa exploratória; (III) levantamento do(s) problema(s); (IV) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e (V) análise crítica da (s) solução(ões).

A proposta feita pela professora partiu de uma discussão levantada em sala de aula, sobre as preocupações e inseguranças de futuros professores quanto à aplicação da metodologia de modelagem matemática em suas aulas.

Antes de propor o projeto de modelagem matemática, a professora levou dois relatos de experiências de professores que vivenciaram práticas envolvendo essa metodologia. O estudo desses textos teve como objetivo aproximar os estudantes a essa temática.

Após o momento de reflexão sobre os textos discutidos, os estudantes demonstraram interesse pela proposta de desenvolver um projeto de modelagem matemática. É importante ressaltar que a experiência de vivenciar essa metodologia

na condição de aluno pode agregar muito à prática do futuro professor.

Barbosa (2004) argumenta a necessidade que há em ter experiência com a modelagem tanto como aluno, quanto como professor. Pois, vivenciando como aluno (ou seja, participando de todas as etapas da modelagem), o professor pode sentir-se convidado a realizar a prática em sua sala de aula.

De fato, é importante para o futuro professor desenvolver atividades com esse viés metodológico, ainda durante sua formação, pois, como ressalta Barbosa (2001), esse momento permitir-lhe-á familiarizar-se com os procedimentos utilizados nessa metodologia e pode propiciar o contato com novos aspectos da Matemática.

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2017), para utilizar a modelagem no contexto da sala de aula, o primeiro passo é definir um problema real, significativo para os alunos. Este problema deverá ser definido a partir de um tema escolhido pelos alunos, conduzidos pelo professor. Para a escolha desse tema, Burak e Klüber (2013) sugerem que o professor divida a turma em grupos, constituídos por três ou quatro alunos e decidam se o tema será único para toda a turma ou individual para cada grupo.

Nesse contexto, a turma dividiu-se em grupos, de no máximo quatro alunos, totalizando cinco grupos e decidiram que cada grupo escolheria o próprio tema, considerando as vivências e experiências de seus integrantes. Assim, os temas escolhidos pelos outros grupos foram: Produtor Rural (produção de leite), Desperdício de água, Cesta básica para famílias carentes, Lixo produzido durante uma festa de Corpus Christi, e o nosso, Transporte público. A escolha desse tema partiu da nossa inquietação quanto ao preço tarifário do transporte público na cidade de Cachoeiro de Itapemirim.

Mesmo com temas variados, nos projetos de modelagem matemática desenvolvidos pelos alunos, houve um interesse comum, relatar nossas aprendizagens por meio deste artigo que tem como objetivo: descrever a primeira experiência de futuros professores de matemática com a modelagem.

## **1. Modelagem Matemática e sua importância**

No curso de licenciatura em matemática discute-se muito sobre o quanto a matemática é tida como uma disciplina abstrata, na visão de boa parte dos alunos

da educação básica. O rumo dessas discussões sempre converge para as metodologias que o professor utiliza em suas aulas.

Não são poucas as falas de alunos quanto à monotonia que existe em algumas aulas de matemática. Nota-se que a realidade de sala de aula e os próprios estudantes evoluíram, assim, cabe ao professor entender que precisa acompanhar o ritmo dessas mudanças. Modelos tradicionais podem não ser suficientes para atrair o interesse dos alunos para a disciplina de matemática. Por isso, acreditamos que eles precisam vivenciar momentos que evidenciem a aplicabilidade da matemática.

Diante disso, encontramos na modelagem matemática a possibilidade de realizar estudos de situações-problemas por meio da pesquisa. O que articula com a realidade, aguça o senso crítico e aprimora os conhecimentos dos alunos. Biembengut e Hein (2011) afirmam que, genericamente, matemática e realidade são vistos como conjuntos separados. E a modelagem mediará à interação entre as partes.

Cabe apresentar algumas definições para modelagem matemática, tendo em vista que vários autores fazem apontamentos sobre essa estratégia de ensino.

Biembengut e Hein (2011, p.11) consideram que “(...) a modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento.” Os mesmos autores complementam que esse é um processo que envolve a obtenção de um modelo.

Enquanto para Bassanezi (2016, p.16) a modelagem matemática “consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”.

As definições apresentadas se aproximam quando se remetem à modelagem como um meio para interar a matemática ao mundo real. Ainda com esse viés de pensamento, o pesquisador Burak (1992, p.62) aponta que a modelagem configura-se como um “conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.

Entendemos que a modelagem é uma aliada para o ensino de matemática, pois, sua utilização em sala de aula possibilitará ao aluno estabelecer relações do

mundo real com a disciplina. Além de permitir ao estudante, refletir sobre as conexões que se pode fazer entre a matemática e outras disciplinas.

De acordo com Burak e Klüber (2013), a modelagem matemática pode

(...) favorecer o desenvolvimento, no estudante, de uma atitude investigativa, na medida em que busca coletar, selecionar e organizar os dados obtidos. O desenvolvimento dessa atitude passa a se constituir em valor formativo que acompanhará o estudante, não somente no período de sua trajetória escolar, mas ao longo de toda sua vida. (Burak & Klüber. 2013 p.38)

É importante salientar a importância da aplicação de modelagem nas aulas de matemática, pois, é a partir da qual o professor propicia um ambiente de crescimento para o educando e por meio da atitude de investigação, passa a obter saberes que o levarão a desenvolver o pensamento crítico e também reflexivo, quando estimulado pelo professor. Percebe-se, então, a responsabilidade do docente em estar preparado para conduzir adequadamente seus alunos.

Outro ponto a ser considerado é o contato com a modelagem matemática ainda na formação de professores. Em algumas vezes o professor não desenvolve essa metodologia em suas aulas por sentir insegurança em sua aplicação. Quanto a essa situação, Barbosa (2004) argumenta sobre o quanto é necessário ter à experiência com modelagem como aluno e como professor. A experiência como aluno significa desenvolver diversas atividades de modelagem experimentando uma variedade de situações. O que pode/deve ser desenvolvido durante a formação de professores.

O docente estará na condição de aluno, portanto, enquanto desenvolve uma atividade de modelagem terá experiências similares às que seus alunos terão durante sua futura aplicação em sala de aula. Nesse sentido, o professor poderá sentir mais segurança em suas intervenções.

Assim, acreditamos que a modelagem matemática precisa ser aplicada com maior frequência, não somente na educação básica, como também no ensino superior.

Dentre outras concepções sobre modelagem matemática, neste trabalho optou-se pela definição e estudos apontados por Bassanezi (2016), Barbosa (2004) e Burak e Klüber (2013), por apresentarem pensamentos mais condizentes com o projeto de modelagem matemática desenvolvido.

## 2. Metodologia

O projeto aqui relatado classifica-se como uma análise qualitativa. Isso porque se utiliza da análise de dados a fim de promover uma interpretação e reflexão crítica dos resultados. Quanto à metodologia, este faz uso da modelagem matemática, pois, permite transformar uma situação real em um modelo matemático.

Dentre as diversas concepções de modelagem matemática que apresentamos para o desenvolvimento do projeto, optamos por seguir a metodologia apresentada por Burak e Klüber (2013), embasados nos estudos de Burak (1992, 2004), que sugerem cinco etapas para o desenvolvimento de um projeto em modelagem matemática.

A primeira é a *escolha do tema*, que se configura em um momento em que os alunos e/ou professor, sugerem temas que sejam de interesse comum, não precisando, necessariamente, ter ligação direta com conteúdos específicos de matemática. É importante frisar que os alunos são os responsáveis pela escolha/decisão final do tema.

Nesse momento, reunimo-nos para uma discussão e definição de um tema que fizesse parte da realidade social de cada um. Assim, optamos por investigar o tema *Transporte Público*, devido à maioria dos integrantes do grupo utilizá-lo para ir à instituição de ensino.

Na segunda etapa, *pesquisa exploratória*, o grupo é instigado a procurar instrumentos e dados, elementos de estudo das mais variadas formas, desde pesquisa bibliográfica até trabalho de campo. É o momento no qual se desenvolve um comportamento mais atento, sensível e crítico. Tais atributos são almejados por um pesquisador.

Assim, consideramos as seguintes informações a serem coletadas: valor do combustível; consumo médio do veículo (quilômetro/litro); a quilometragem do ponto inicial ao final; salário do motorista e do cobrador e quantidade de passageiros no veículo. E, para a coleta utilizamos: observação de tabelas de preços do combustível em postos; entrevista com o motorista; pesquisa na internet e observação *in loco*.

A linha *Rodoviária x São Joaquim via Morro Grande* foi escolhida para a coleta de dados, devido ao fato de, normalmente, ser a utilizada pelos alunos durante o deslocamento até a instituição de ensino. O valor da passagem cobrada é de R\$ 3,20.

Por meio de conversa informal com um motorista da empresa de ônibus analisada, obtivemos a informação de que um ônibus percorre, aproximadamente, de 4 (quatro) a 5 (cinco) km/l.

Através de pesquisa na internet (*Google Maps*), constatamos que a quilometragem do ponto inicial até a instituição de ensino é de 10,9 km e o tempo aproximado para realização desse percurso é de 40 minutos.

Por meio da observação *in loco*, coletaram-se os seguintes dados referentes ao número de passageiros, durante três dias:

**Tabela 01 – Quantidade de passageiros no percurso investigado**

Data	Horário	Quantidade de passageiros
16/05/2018	17h40min	65
18/05/2018	17h20min	73
21/05/2018	17h20min	79

Fonte: material produzido na pesquisa (2018)

Por meio de observação em postos de combustível, buscamos pelo preço do Diesel em Cachoeiro de Itapemirim, conforme apresentamos na Tabela 02.

**Tabela 02 – Valor do combustível em três postos**

Posto de combustível	Valor por litro
Posto 1:	R\$ 3,85
Posto 2:	R\$ 3,70
Posto 3:	R\$ 3,88

Fonte: material produzido na pesquisa (2018)

Por meio de pesquisa na internet, encontramos dados referentes ao piso salarial pago ao motorista e cobrador, por 30 dias trabalhados, pela empresa de transporte pesquisada: Motorista (R\$ 1.421,00) e Cobrador (R\$ 937,00)

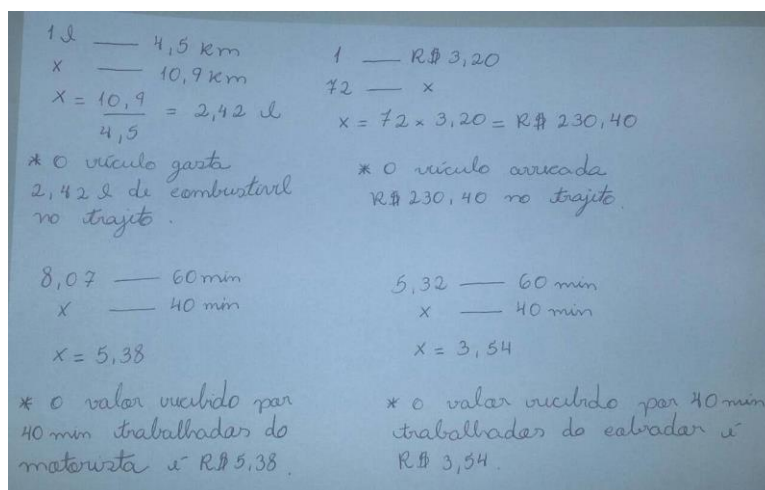
Com os dados coletados nas pesquisas, se inicia a etapa do *levantamento dos problemas*, onde os estudantes são motivados a conjecturar em relação à matemática para a elaboração de problemas. Diante disso, considerando o tema escolhido e os dados coletados, e depois de uma discussão com a professora, decidimos pela seguinte questão-problema: a passagem cobrada pela empresa que administra o transporte na cidade de Cachoeiro de Itapemirim é adequada?

Para a *Resolução do problema e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema*, quarta etapa, o grupo deve procurar o auxílio dos conteúdos matemáticos que passarão a ter sentido e significado a partir do tema investigado.

A partir disso, o grupo resolveu que utilizaria, para a resolução do problema levantado: média aritmética, para calcular a média do valor do combustível coletado nos postos, o consumo médio do veículo e a quantidade de passageiros; Proporção Simples (Regra de Três) para chegar à quantidade de combustível necessária para o percurso, o valor pago ao motorista e cobrador proporcional ao tempo do percurso e quanto é arrecadado em relação à passagem; E, porcentagem, para estimar quanto à empresa lucra.

Antes de resolver o problema, a professora propôs que cada grupo apresentasse seu projeto e, com isso, discutíssemos e recebêssemos as considerações dos outros grupos. Muito se questionou em relação ao problema levantado pelo nosso grupo. Logo, tentamos explicar o porquê de nossa inquietação com o valor cobrado, relacionando com nossas experiências vivenciadas no veículo. No entanto, não conseguimos convencer toda a turma, pois, alguns questionaram que não chegaríamos a uma conclusão fidedigna à realidade. Sabendo disso, procuramos estabelecer algumas variáveis, e buscamos, através da resolução, mostrar que aspectos estavam influenciando em nossa investigação e que estes, seriam suficientes para o trabalho com a modelagem.

A partir disso, o grupo fez os cálculos, utilizando uma proporção simples, e constatou que em cada viagem que o veículo faz, do ponto inicial à instituição de ensino, a empresa tem um gasto, aproximadamente, R\$18,14 e, com isso, lucra R\$212,26, isto é, 92,12%. Na Figura 1, apresentamos estes cálculos detalhadamente.



**Figura 01 – Registro do cálculo dos gastos e lucros em uma viagem**  
 Fonte: material produzido na pesquisa (2018)

Pensando em um valor de passagem mais adequado, que não trouxesse

prejuízo para a empresa e ao mesmo tempo fosse mais 'justo' para os usuários, fizemos cálculos estimando lucros de 60% e 75%, respectivamente, pois, são percentuais que consideramos suficientes. Para um lucro de 60%, equivalente a R\$138,24, a passagem seria de R\$1,92, e para 75%, equivalente a R\$172,80, ela seria de R\$2,40. Na Figura 2, apresentamos estes cálculos detalhadamente.

The image shows three handwritten calculations on a blue background. Each calculation is a proportion where the total value (R\$ 230,40) corresponds to 100%, and the unknown value (X) corresponds to a specific profit percentage. The first calculation shows a profit of 92,12% with X = R\$ 212,26. The second calculation shows a profit of 60% with X = R\$ 138,24. The third calculation shows a profit of 75% with X = R\$ 172,80.

$$\begin{array}{l} \text{R\$ } 230,40 \text{ — } 100\% \\ \text{R\$ } 212,26 \text{ — } x \\ x = \frac{212,26 \times 100}{230,40} = 92,12\% \end{array} \quad \begin{array}{l} * \text{ lucro estimado} \\ \text{por viagem.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{R\$ } 230,40 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 60\% \\ x = 138,24 \end{array} \quad \begin{array}{l} * \text{ lucro considerado} \\ \text{adequado.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{R\$ } 230,40 \text{ — } 100\% \\ x \text{ — } 75\% \\ x = 172,80 \end{array} \quad \begin{array}{l} * \text{ lucro considerado} \\ \text{adequado.} \end{array}$$

**Figura 02 – registro do cálculo**

Fonte: material produzido na pesquisa (2018)

Considerando que, atualmente, a empresa cobra a tarifa de R\$ 3,20 por passageiro, concluímos que, diante das variáveis consideradas neste processo de modelagem, o valor cobrado não está adequado, poderia ser revisto sem prejuízo para a empresa, conforme os percentuais apresentados anteriormente.

A última etapa, a *análise crítica das soluções*, é marcada pela criticidade em relação à viabilidade e a adequação das soluções apresentadas, podendo estar logicamente e matematicamente corretas, mas serem inviáveis à situação na prática. Além disso, ela pode oportunizar a melhoria das decisões e ações do cidadão, contribuindo para sua formação.

O grupo chegou à conclusão de que o valor pago pelos estudantes não é adequado, uma vez que, a partir das variáveis consideradas, há mais de 90% de lucro da empresa. Temos o conhecimento de que a empresa paga outras tarifas para se manter, no entanto, tais tarifas já são inclusas na passagem. Outro aspecto é o da segurança e conforto. Cerca de 72 pessoas pagam diariamente um valor de R\$3,20 em um veículo, em que somente 38 deles podem se sentar, enquanto os outros 34 ficam em pé, correndo riscos, dependendo da situação. Todavia, esta é a única alternativa dos estudantes para chegar à instituição de ensino, e uma

realidade que se faz presente na vida de muitos brasileiros.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

De acordo com as situações do cotidiano é possível que a modelagem matemática apareça de maneiras diferentes e que nos leve a determinadas reflexões, tanto na área da matemática como no nosso contexto social, para que sejamos mais críticos e reflexivos.

Ressaltamos que todo o processo de pesquisa foi orientado pela professora que possui o conhecimento de modelagem matemática e que por meio do diálogo e a direção da atividade proporcionou o bom desempenho do grupo para a realização do trabalho.

Analisando e refletindo sobre o processo de modelagem matemática que vivenciamos, compreendemos que é uma boa metodologia para ser utilizada pelo professor em suas aulas, pois, apesar de ser trabalhosa e imprevisível, pode tornar o processo de ensino e aprendizagem muito mais agradável e significativo.

Essa atividade nos proporcionou muitas aprendizagens, que nos levaram a mudanças de pensamentos em relação à educação matemática. As reflexões que tivemos durante essa experiência, nos permitiram uma melhor compreensão de como utilizar a modelagem matemática em nossa futura prática.

Consideramos de extrema importância o contato com a modelagem matemática ainda durante a formação de professores, pois, vivenciar uma experiência dentro dessa metodologia, na posição de alunos, nos proporcionou uma visão dessa perspectiva. Foi um momento no qual escolhemos um tema de nosso interesse, chegamos a um problema, inicialmente sem conexão com a matemática, e seguindo alguns passos, formalizamos um modelo. Mesmo que inconscientemente, aplicamos matemática durante todo o processo. O interessante é que provamos do que nossos futuros alunos vão vivenciar quando desenvolverem atividades nesse sentido.

Essa experiência nos promoveu mais segurança quanto à aplicação dessa metodologia em nossas aulas. Pois, quando precisarmos mediar o processo, poderemos lembrar o momento de nossa vivência - enquanto alunos - para que possamos intervir de maneira eficaz a fim de motivar os estudantes e levá-los a

investigação e a serem autônomos.

Desejamos que práticas como essa sejam desenvolvidas em outros contextos e realidades.

## REFERÊNCIAS

- Barbosa, J. C. (2004). *As relações dos professores com a Modelagem Matemática*. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 1 CDROM.
- Barbosa, J. C. (2001). *Modelagem matemática e os professores: a questão da formação*. Bolema, Rio Claro, n. 15, p. 5-23.
- Bassanezi, R. C. (2016). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. 4. Ed., 1ª reimpressão. São Paulo: Contexto. ISBN 978-85-7244-207-7
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2011). *Modelagem Matemática no ensino*. 5 ed., 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto. ISBN 978-85-7244-136-0
- Burak, D. (1992). *Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem*. Campinas-SP, Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de campinas – UNICAMP.
- Burak, D. (2004). *Modelagem Matemática e a sala de aula*. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, Londrina, Anais... Londrina: [S.I].
- Burak, D., & Klüber, T. E. (2013). *Considerações sobre a modelagem matemática em uma perspectiva de educação matemática*. Revista Margens Interdisciplinar. Pará (UFPA), v.7, n.8.
- Burak, D., Huf, S. F. (2017). *Modelagem Matemática: Reflexões sobre a primeira experiência vivida*. Revista brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia, Ponta Grossa, v. 10, n. 2, p. 1-17 mai./ago. 2017.
- Oliveira, A. M. P., & Barbosa, J. C. (2007). *A primeira experiência de modelagem matemática e a tensão do "próximo passo"*. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM